

ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΗ ΔΡΑΣΤΗΡΙΟΤΗΤΑ

ΝΙΚΟΛΑΟΥ ΙΩΑΚΕΙΜΙΔΗ του ΙΩΑΚΕΙΜ

Ομότιμου Καθηγητή της Πολυτεχνικής Σχολής του Πανεπιστημίου Πατρών

(Οκτώβριος 2016)

Η ερευνητική δραστηριότητα του Νικολάου Ιωακειμίδη (ασφαλώς και των συνεργατών του σε πολλές εργασίες) αφορά κυρίως σε προβλήματα των Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και της Εφαρμοσμένης Μηχανικής. Ειδικότερα είτε αφορά άμεσα σε προβλήματα της Εφαρμοσμένης Μηχανικής είτε αφορά σε μεθόδους των Εφαρμοσμένων Μαθηματικών που χρησιμοποιούνται ή μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε προβλήματα της Εφαρμοσμένης Μηχανικής. Στην Εφαρμοσμένη Μηχανική ένα πολύ μεγάλο μέρος του ερευνητικού έργου του Νικολάου Ιωακειμίδη αφορά σε προβλήματα ρωγμών στη Θραυστομηχανική στα πλαίσια της Θεωρίας της Ελαστικότητας και κυρίως της κλασικής επίπεδης Ελαστικότητας. Πάρα πολλές εργασίες του αποτελούν συνδυασμό μεθόδων των Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και εφαρμογών τους σε προβλήματα της Εφαρμοσμένης Μηχανικής πολύ συχνά, όπως ήδη αναφέρθηκε, σε προβλήματα ρωγμών. Σε γενικές γραμμές το ερευνητικό έργο του Νικολάου Ιωακειμίδη μπορεί να ταξινομηθεί πρόχειρα στις πιο κάτω κατηγορίες. Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι οι αναφορές (σε αγκύλες) που γίνονται πιο κάτω στις εργασίες του Νικολάου Ιωακειμίδη αφορούν στον [Κατάλογο Δημοσιεύσεων](#) του ([List of Publications](#)), που είναι επίσης διαθέσιμος στον παρόντα [ιστότοπο του Νικολάου Ιωακειμίδη](#).

1. ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΕΣ ΜΕΘΟΔΟΙ ΣΤΗ ΘΡΑΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ ΚΑΙ ΣΤΗΝ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑ

Οι εργασίες αυτές του Νικολάου Ιωακειμίδη αν και αναφέρονται σε πειραματικές μεθόδους στη Θραυστομηχανική και στην Ελαστικότητα γενικότερα (στις οπτικές μεθόδους των καυστικών, των ψευδοκαυστικών και της Φωτοελαστικότητας), εντούτοις οι περισσότερες τους αφορούν κυρίως σε σχετικά μαθηματικά προβλήματα και σε σχετικούς υπολογισμούς γι' αυτές τις πειραματικές μεθόδους παρά σε αληθινά πειραματικά αποτελέσματα στο εργαστήριο.

Πιο συγκεκριμένα οι εργασίες αυτές αφορούν στη θεωρητική μελέτη των γεωμετρικών ιδιοτήτων των καυστικών που σχηματίζονται σε άκρα ρωγμών σε επίπεδα ελαστικά μέσα και επιτρέπουν τον υπολογισμό των σχετικών συντελεστών εντάσεως τάσεων και στον αποτελεσματικό υπολογισμό αυτών των συντελεστών [B1, B34, B38, B59, B172, B184, B206] και σε σχετικά [B76, B163] και σε γενικότερα [B210] άνω φράγματα, στις εξισώσεις των καυστικών σε προβλήματα πλακών σε κάμψη [B43], στον υπολογισμό φορτίσεων ελαστικών μέσων με τη χρήση καυστικών [B50], στον υπολογισμό συντελεστών εντάσεως τάσεων με τη μέθοδο της Φωτοελαστικότητας [B17, B33], στον πειραματικό υπολογισμό του λόγου του Poisson με τη χρήση ψευδοκαυστικών [B26], στον υπολογισμό ελαστικών σταθερών με τη χρήση καυστικών [B28, B36], στην πειραματική επίλυση απλών ελαστικών προβλημάτων με τη χρήση ψευδοκαυστικών [B62] και καυστικών [B89], στην επίλυση προβλημάτων πλακών με τη χρήση ψευδοκαυστικών [B167], στον προσδιορισμό άκρων ρωγμών με τη χρήση ψευδοκαυστικών [B100], στον προσδιορισμό ιδιομόρφων σημείων σε ελαστικά μέσα με τη χρήση καυστικών [B135] και στον προσδιορισμό των συνθηκών ενάρξεως διαδόσεως ρωγμής με τη χρήση του σχετικού T -κριτηρίου [B232]. Σχετική είναι και η εργασία [B134] για την αντιστροφή της πρώτης εξισώσεως των καυστικών. Τέλος στην πρόσφατη εργασία [B239] (του 2017) μελετώνται τόσο οι καυστικές όσο και οι ψευδοκαυστικές με τη μέθοδο της απαλοιφής των ποσοδεικτών.

2. ΙΔΙΟΜΟΡΦΕΣ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΤΥΠΟΥ CAUCHY, ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΕΠΙΛΥΣΗ ΤΟΥΣ ΜΕ ΑΡΙΘΜΗΤΙΚΗ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΗ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥΣ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΤΗΣ ΕΠΙΠΕΔΗΣ ΕΛΑΣΤΙΚΟΤΗΤΑΣ

Οι ιδιόμορφες ολοκληρωτικές εξισώσεις τύπου Cauchy σε συνδυασμό με την αριθμητική επίλυσή τους με τη μέθοδο της αριθμητικής ολοκληρώσεως και τις εφαρμογές τους σε προβλήματα της επίπεδης Ελαστικότητας αποτελούν το κυριότερο και εκτενέστερο μέρος του ερευνητικού έργου του Νικολάου Ιωακειμίδη που έχει σαν ξεκίνημά του τη διδακτορική διατριβή του [A2] με έναρξη προετοιμασίας της το 1973 αμέσως μετά την αποφοίτησή του από την Ανωτάτη Σχολή Μηχανολόγων-Ηλεκτρολόγων Μηχανικών του Εθνικού Μετσοβίου Πολυτεχνείου.

Πολύ περιληπτικά ένα πρόβλημα της Ελαστικότητας και εδώ της επίπεδης Ελαστικότητας με συγκεκριμένη γεωμετρία και συνθήκες φορτίσεως, δηλαδή ένα πρόβλημα ενός συγκεκριμένου ελαστικού μέσου, διέπεται από τις σχετικές διαφορικές εξισώσεις με μερικές παραγώγους, οι οποίες πρέπει να επιλυθούν. Ο τελικός στόχος είναι να υπολογισθούν οι τάσεις και δευτερευόντως οι μετατοπίσεις και οι παραμορφώσεις σ' αυτό το ελαστικό μέσον, κάτι που θα επιτρέψει τις σχετικές εκτιμήσεις για την αντοχή του ελαστικού μέσου και την αποφυγή διαρροής του υλικού του. Εδώ στην περίπτωση ρωγμών επιδιώκεται να αποτραπεί η διάδοσή τους και αυτό συμβαίνει, όταν οι συντελεστές εντάσεως τάσεων, που εκφράζουν την ένταση του εντατικού πεδίου στα άκρα της ρωγμής (ή των ρωγμών), δεν υπερβαίνουν κάποια συγκεκριμένα όρια που σχετίζονται με το υλικό του ελαστικού μέσου που υπακούει στον πολύ γνωστό νόμο του Hooke.

Για την επίλυση των σχετικών διαφορικών εξισώσεων με μερικές παραγώγους σε ολόκληρο το ελαστικό μέσον (εδώ επίπεδο ελαστικό μέσον) χρησιμοποιείται πολύ συχνά η πολύ γνωστή αριθμητική μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων. Για προβλήματα της επίπεδης (αλλά και της τριδιάστατης) Ελαστικότητας μια εναλλακτική δυνατότητα αποτελεί η αναγωγή τους σε ολοκληρωτικές εξισώσεις πάνω στο σύνορο του ελαστικού μέσου. Για ένα διδιάστατο ελαστικό μέσον στην επίπεδη Ελαστικότητα αυτή η δυνατότητα μειώνει τη διάσταση του προβλήματος, δηλαδή από διδιάστατο πρόβλημα το κάνει μονοδιάστατο, γιατί τώρα η εργασία γίνεται όχι σ' ολόκληρο το διδιάστατο ελαστικό μέσον, αλλά μόνο στο μονοδιάστατο σύνορό του. Αυτή η δυνατότητα ήταν γνωστή από τις αρχές του προηγούμενου αιώνα και παραμένει μια πολύ ενδιαφέρουσα δυνατότητα. Οι σχετικές ολοκληρωτικές εξισώσεις καλούνται πολύ συχνά συνοριακές ολοκληρωτικές εξισώσεις, επειδή αναφέρονται στο σύνορο του ελαστικού μέσου. Συνήθως μάλιστα τα σχετικά ολοκληρώματα είναι ιδιόμορφα με την έννοια της κύριας τιμής του Cauchy, δηλαδή ολοκληρώματα που δεν ορίζονται με την κλασική έννοια, αλλά ορίζονται με ειδικό τρόπο που "αφαιρεί" ένα πολύ μικρό διάστημα $[-\varepsilon, \varepsilon]$ γύρω από το ιδιόμορφο σημείο και στη συνέχεια ακολουθεί οριακή διαδικασία για $\varepsilon \rightarrow 0$.

Ο Νικόλαος Ιωακειμίδης επέλεξε τη χρήση αυτής της μεθόδου, της μεθόδου των συνοριακών ολοκληρωτικών εξισώσεων, για να επιλύσει προβλήματα ρωγμών. Και πραγματικά είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική αυτή η μέθοδος ιδίως στα συγκεκριμένα προβλήματα, όπου κοντά στα άκρα των ρωγμών παρουσιάζεται απειρισμός των τάσεων (και ανάλογα των παραμορφώσεων) στο ελαστικό μέσον που εξετάζεται. Και γι' αυτό το λόγο η μέθοδος των πεπερασμένων στοιχείων δεν είναι ιδιαίτερα αποτελεσματική σε προβλήματα ρωγμών, όπου τον κύριο στόχο αποτελεί η εκτίμηση των σχετικών συντελεστών εντάσεως τάσεων στα άκρα των ρωγμών, που θα καθορίσουν εάν θα διαδοθεί η ρωγμή (και επομένως θα μπορεί να υπάρξει θραύση του ελαστικού μέσου) ή όχι.

Προφανώς γενικά η αναλυτική επίλυση μιας ιδιόμορφης ολοκληρωτικής εξισώσεως τύπου Cauchy είναι δυνατή μόνο σε πολύ σπάνιες περιπτώσεις. Επομένως απαιτείται η αριθμητική επίλυσή της. Στις εργασίες του Νικολάου Ιωακειμίδη σαν μέθοδος αριθμητικής επίλυσεως ιδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων τύπου Cauchy επελέγη η μέθοδος της αριθμητικής ολοκληρώσεως, που είναι μια κλασική μέθοδος αριθμητικής επίλυσεως ολοκληρωτικών εξισώσεων γενικά και όχι βέβαια μόνο ιδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων. Στο σημείο αυτό σημειώνεται ότι μια εναλλακτική και ασφαλώς ενδιαφέρουσα δυνατότητα σχηματισμού και αριθμητικής επίλυσεως συνοριακών ολοκληρωτικών εξισώσεων είναι η μέθοδος των συνοριακών στοιχείων. Σ' αυτήν τη μέθοδο το σύνορο του ελαστικού μέσου (π.χ. εδώ μια ρωγμή) χωρίζεται σε στοιχεία, στα καλούμενα συνοριακά

στοιχεία, όπου και εφαρμόζονται οι σχετικές προσεγγίσεις κάπως ανάλογα με ό,τι συμβαίνει στα πεπερασμένα στοιχεία, αλλ' εδώ στις συνοριακές ολοκληρωτικές εξισώσεις μόνο στο σύνορο του ελαστικού μέσου. Αποτελεί γνώμη του Νικολάου Ιωακειμίδη, αλλ' ασφαλώς και πολλών άλλων ερευνητών, ότι η μέθοδος της αριθμητικής ολοκλήρωσης στα προβλήματα ρωγμών της επίπεδης Ελαστικότητας μπορεί να δώσει πιο ακριβή αποτελέσματα με τον ίδιο υπολογιστικό κόπο από τη μέθοδο των συνοριακών στοιχείων. Επιπλέον στην επίπεδη Ελαστικότητα σε προβλήματα ρωγμών, αλλά και σε γενικότερα προβλήματα, μπορούν να χρησιμοποιηθούν με επιτυχία τα σχετικά μιγαδικά δυναμικά των Kolosov-Muskhelishvili, που οδηγούν γενικά σε μιγαδικές ιδιόμορφες ολοκληρωτικές εξισώσεις τύπου Cauchy.

Φυσικά για την επίλυση ιδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων τύπου Cauchy με τη μέθοδο της αριθμητικής ολοκλήρωσης απαιτείται ο αριθμητικός υπολογισμός των σχετικών ιδιομόρφων ολοκληρωμάτων τύπου Cauchy. (Ασφαλώς ακριβώς το ίδιο συμβαίνει και στις συνήθεις ολοκληρωτικές εξισώσεις, αλλά σ' αυτές παρουσιάζονται συνήθη ολοκληρώματα και όχι ιδιόμορφα ολοκληρώματα τύπου Cauchy.)

Η συμβολή του Νικολάου Ιωακειμίδη σε ένα πολύ μεγάλο μέρος του ερευνητικού έργου του υπήρξε στις εξής περιοχές: (α) Στο σχηματισμό των σχετικών ιδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων τύπου Cauchy ιδίως για προβλήματα ρωγμών. (β) Στην πρόταση μεθόδων αριθμητικού υπολογισμού των σχετικών ιδιομόρφων ολοκληρωμάτων τύπου Cauchy. (γ) Τέλος στην αριθμητική επίλυση αυτών των ιδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων τύπου Cauchy με έμφαση στον υπολογισμό των συντελεστών εντάσεως τάσεων στα άκρα της ρωγμής ή των ρωγμών, κάτι που έχει ιδιαίτερη σημασία στη Θραυστομηχανική για την αποφυγή της θραύσεως του ελαστικού μέσου, όπως ήδη αναφέρθηκε. Ωστόσο σε αρκετές από τις σχετικές εργασίες του υπάρχει συνδυασμός δύο ή/και των τριών από τους πιο πάνω στόχους.

Ειδικότερα στο έργο του Νικολάου Ιωακειμίδη περιλαμβάνεται η αναγωγή προβλημάτων ρωγμών σε μιγαδικές ιδιόμορφες ολοκληρωτικές εξισώσεις για καμπύλη ρωγμή σε ανισότροπο μέσον [B6], για περιοδική [B11] και και διπλά περιοδική [B15] διάταξη καμπύλων ρωγμών, για αστεροειδή διάταξη ευθύγραμμων [C1] και καμπύλων [B14] ρωγμών και για ρωγμή στο κοινό σύνορο δύο ελαστικών μέσων [B20]. Επίσης ανάλογα για πρόβλημα απλού ελαστικού μέσου [B19], για έγκλεισμα σε ελαστικό μέσον [B10], για σύστημα καμπύλων ρωγμών σε ελαστικό ημιεπίπεδο [B35], για άκαμπτο γραμμικό έγκλεισμα [B39], για αλληλεπίδραση εγκλείσματος και ρωγμής [B24], για εγκοπή σχήματος V σε ημιεπίπεδο [B30], για ένα γενικευμένο πρόβλημα ρωγμής [B46] και για καμπύλες ρωγμές σε πεπερασμένο ελαστικό μέσον [B27, B60].

Για τον αριθμητικό υπολογισμό των ιδιομόρφων ολοκληρωμάτων τύπου Cauchy που απαντώνται σε προβλήματα ρωγμών στην επίπεδη Ελαστικότητα, αλλά και σε πολλά άλλα προβλήματα, ο Νικόλαος Ιωακειμίδης διερεύνησε και γενίκευσε προηγούμενες σχετικές μεθόδους χρησιμοποιώντας κυρίως κανόνες αριθμητικής ολοκλήρωσης τύπου Gauss (Gauss, Radau και Lobatto) λόγω της μεγάλης πολυωνυμικής ακρίβειας που προσφέρουν. Αποκλειστικά στον αριθμητικό υπολογισμό μονοδιάστατων ιδιομόρφων ολοκληρωμάτων τύπου Cauchy αναφέρονται οι εργασίες [B13, B48, B73, B85]. Σχετική είναι και η εργασία [B86]. Επίσης στον αριθμητικό υπολογισμό αντίστοιχων διδιάστατων ολοκληρωμάτων αναφέρεται η εργασία [B52].

Για την αριθμητική επίλυση ιδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων τύπου Cauchy ο Νικόλαος Ιωακειμίδης χρησιμοποίησε τη μέθοδο της αριθμητικής ολοκλήρωσης, όπως ήδη αναφέρθηκε, με στόχο κυρίως τον υπολογισμό συντελεστών εντάσεως τάσεων στα άκρα ρωγμών και συχνά με τη χρήση κανόνων ολοκλήρωσης κλειστού τύπου (κανόνων Lobatto) για τον άμεσο υπολογισμό των συντελεστών εντάσεως τάσεων. Έτσι δεν υπάρχει ανάγκη χρήσεως προεκβολής για τον υπολογισμό των τιμών της άγνωστης συναρτήσεως στα άκρα της ρωγμής, που σχετίζεται άμεσα με τους συντελεστές εντάσεως τάσεων. Επίσης χρησιμοποίησε τα κλασικά συστήματα ορθογώνιων πολυωνύμων: Legendre, Chebyshev, Jacobi, Laguerre και Hermite στους σχετικούς κανόνες αριθμητικής ολοκλήρωσης, κυρίως όμως τα πολυώνυμα Chebyshev πρώτου είδους. Αυτά είναι τα κατάλληλα ορθογώνια πολυώνυμα για προβλήματα συνηθισμένων ρωγμών λόγω της ιδιομορφίας τύπου αντίστροφης τετραγωνικής ρίζας στα άκρα των ρωγμών που παρουσιάζονται εδώ στις

άγνωστες συναρτήσεις των ιδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων τύπου Cauchy.

Αποκλειστικά (ή κυρίως) στην αριθμητική επίλυση ιδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων τύπου Cauchy αναφέρονται οι εργασίες [B7, B8, B22, B23, B29, B56, B69, B70, B92, B113, C2, D2]. Επίσης προτάθηκε σχετικός τύπος φυσικής παρεμβολής για την άγνωστη συνάρτηση ανάλογος του τύπου φυσικής παρεμβολής του Nyström για συνήθεις ολοκληρωτικές εξισώσεις τύπου Fredholm [B63, B84]. Σχετικές είναι και οι εργασίες [B80, B91]. Η μέθοδος των διαδοχικών προσεγγίσεων χρησιμοποιήθηκε επίσης για την κατευθείαν επίλυση της ιδιομορφής ολοκληρωτικής εξίσωσης της αεροτομής χωρίς την αναγωγή της σε ισοδύναμη ολοκληρωτική εξίσωση Fredholm [B154]. Η μέθοδος Galerkin εξετάστηκε επίσης στην εργασία [B74] και η μέθοδος του συντοπισμού (collocation) στην εργασία [B87]. Ετοιμάστηκαν επίσης πίνακες σημείων εφαρμογής μιας ιδιομορφής ολοκληρωτικής εξίσωσης τύπου Cauchy κατά την αριθμητική επίλυσή της με τη μέθοδο της αριθμητικής ολοκλήρωσης του Gauss [E1]. Οι πίνακες αυτοί συμπληρώνουν στη συγκεκριμένη περίπτωση τους αντίστοιχους πίνακες για τα σημεία και τα βάρη στην αντίστοιχη αριθμητική ολοκλήρωση Gauss.

Επιπλέον έγινε σύγκριση (α) της κλασικής μεθόδου αριθμητικής επιλύσεως ιδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων τύπου Cauchy με αναγωγή τους σε ισοδύναμη ολοκληρωτική εξίσωση Fredholm δευτέρου είδους με (β) την άμεση μέθοδο επιλύσεώς τους [B44, B61, B77, B118]. Σχετική είναι και η εργασία [B120]. Μελετήθηκε επίσης η σύγκλιση των άμεσων σχετικών μεθόδων [B47, B99, D1] καθώς και της μεθόδου Galerkin [B95].

Επίσης στην αριθμητική επίλυση ιδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων τύπου Cauchy, αλλά σε συνδυασμό με ποικίλα προβλήματα ρωγμών στην επίπεδη Ελαστικότητα και στη Θραυστομηχανική αναφέρονται οι εργασίες [B2, B3, B4, B5, B9, B12, B16, B21, B25, B31, B32, B37, B40, B42, B49, B51, B53, B55, B58, B61, B64, B65, B67, B68, B71, B82, B83, B90, B93, B96, B103, B108, B112, B115, B128]. Ανάλογα για εγκοπές σχήματος V στην εργασία [B57], για σφήνες στην εργασία [B72] και για ρωγμές σε τριδιάστατα ελαστικά μέσα στην εργασία [B78]. Σχετικές είναι και οι εργασίες [B97, B117].

Τέλος μελετήθηκε από το Νικόλαο Ιωακειμίδη η αριθμητική επίλυση με τη μέθοδο της αριθμητικής ολοκλήρωσεως ιδιομόρφων ολοκληρωτικοδιαφορικών εξισώσεων τύπου Cauchy με νέα μέθοδο [B41] που παρουσιάζει κάποια πλεονεκτήματα σε σύγκριση με τη σχετική κλασική μέθοδο του Multhopp. Προτάθηκε επίσης ένας φυσικός τύπος παρεμβολής για την ιδιομορφή ολοκληρωτικοδιαφορική εξίσωση του Prandtl, που παρουσιάζεται σε προβλήματα της Ρευστομηχανικής [B107]. Τέλος προτάθηκε μια νέα ερμηνεία των ιδιομόρφων ολοκληρωμάτων τύπου Cauchy διαφορετική από την κλασική ερμηνεία τους σαν ολοκληρωμάτων κύριας τιμής [B139].

3. ΥΠΕΡΙΔΙΟΜΟΡΦΕΣ ΟΛΟΚΛΗΡΩΤΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ ΚΑΙ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΤΟΥΣ ΣΕ ΠΡΟΒΛΗΜΑΤΑ ΡΩΓΜΩΝ

Πέρα από τις ιδιομορφες ολοκληρωτικές εξισώσεις τύπου Cauchy και τις εφαρμογές τους κυρίως σε προβλήματα ρωγμών ο Νικόλαος Ιωακειμίδης μελέτησε και την αντίστοιχη δυνατότητα με τη χρήση υπεριδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων. Σ' αυτές τις εξισώσεις τα ολοκληρώματα που παρουσιάζονται στη ρωγμή είτε σε διδιάστατα είτε σε τριδιάστατα ελαστικά μέσα ερμηνεύονται σαν υπεριδιομορφα ολοκληρώματα με την έννοια των ολοκληρωμάτων πεπερασμένου μέρους που τους έδωσε ο Hadamard. Οι υπεριδιομορφες ολοκληρωτικές εξισώσεις αποτελούν μια ενδιαφέρουσα γενίκευση των ιδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων σε προβλήματα ρωγμών, με τα οποία ασχολήθηκε ο Νικόλαος Ιωακειμίδης, αλλά και σε γενικότερα προβλήματα της Ελαστικότητας τόσο της διδιάστατης όσο και της τριδιάστατης. Σημειώνεται μάλιστα ότι σε μια ευθύγραμμη ρωγμή σε διδιάστατο ελαστικό μέσον τώρα πια άγνωστη συνάρτηση είναι η ίδια η σχετική κάθετη μετατόπιση των δύο πλευρών της ρωγμής και όχι συνάρτηση σχετιζόμενη με την παράγωγο αυτής της μετατοπίσεως. Ανάλογη και ακόμη καλύτερη είναι η κατάσταση με ρωγμές σε τριδιάστατο ελαστικό μέσον, όπου τώρα (με τις υπεριδιομορφες ολοκληρωτικές εξισώσεις) σε μια επίπεδη ρωγμή στο τριδιάστατο αυτό μέσον πάλι άγνωστη συνάρτηση είναι η σχετική κάθετη μετατόπιση των πλευρών της ρωγμής (μία άγνωστη συνάρτηση) και όχι οι δύο μερικές παράγωγοί της (δύο άγνωστες συναρτήσεις).

Οι δύο κυριότερες εργασίες του Νικολάου Ιωακειμίδη για την εφαρμογή υπεριδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων σε προβλήματα ρωγμών είναι οι εργασίες του [B75, B81]. Σχετικές είναι επίσης οι εργασίες του [B79, B88, B101, B102, B110, B125, B127, B143, B144, B148, B150, B157, B158, B165, B168, B170].

Επιπλέον ο Νικόλαος Ιωακειμίδης συνέβαλε και στον υπολογισμό υπεριδιομόρφων ολοκληρωμάτων με την πιο πάνω έννοια, δηλαδή με την έννοια του πεπερασμένου μέρους του Hadamard, κυρίως με γενίκευση των αντίστοιχων αποτελεσμάτων για ιδιόμορφα ολοκληρώματα με την έννοια της κύριας τιμής του Cauchy, αλλά και άμεσα, ιδίως όταν η υπεριδιομορφία παρουσιάζεται στο άκρο του διαστήματος ολοκληρώσεως. Σχετικές είναι οι εργασίες του [B66, B98, B105, B119, B126, B138, B155, B161, B200, B216, C11].

4. ΟΛΟΚΛΗΡΩΜΑΤΑ ΑΝΕΞΑΡΤΗΤΑ ΤΗΣ ΚΑΜΠΥΛΗΣ ΟΛΟΚΛΗΡΩΣΕΩΣ ΣΤΗ ΘΡΑΥΣΤΟΜΗΧΑΝΙΚΗ

Πρόκειται για ιδιαίτερα ενδιαφέροντα ολοκληρώματα όχι μόνο θεωρητικά, αλλά και πρακτικά, επειδή επιτρέπουν τον υπολογισμό συντελεστών εντάσεως τάσεων σε ένα άκρο ρωγμής με βάση δεδομένα σε αρκετή απόσταση από αυτό το άκρο. Φυσικά έχουν και πολλές ακόμη ενδιαφέρουσες εφαρμογές. Και στην περιοχή αυτή υπήρξε συμβολή του Νικολάου Ιωακειμίδη με την πρόταση και άλλων ολοκληρωμάτων ανεξάρτητων της καμπύλης ολοκληρώσεως πέρα από τα ήδη γνωστά ολοκληρώματα αυτής της κατηγορίας. Χρησιμοποιήθηκαν μιγαδικά ολοκληρώματα ανεξάρτητα της καμπύλης ολοκληρώσεως για τον υπολογισμό συντελεστών εντάσεως τάσεων στα άκρα συνηθισμένων ρωγμών [B54] και ρωγμών μεταξύ δύο διαφορετικών ελαστικών μέσων (διεπιφανειακών ρωγμών) [B45].

Μιγαδικά ολοκληρώματα ανεξάρτητα της καμπύλης ολοκληρώσεως χρησιμοποιήθηκαν επίσης από το Νικόλαο Ιωακειμίδη για τον προσδιορισμό άκρων ρωγμών στην επίπεδη Ελαστικότητα [B100], για τον προσδιορισμό μιας ευθύγραμμης ρωγμής μέσα σε άπειρο [B130] και μέσα σε πεπερασμένο [B145] ελαστικό μέσον, για την επίλυση του προβλήματος μιας ευθύγραμμης ρωγμής μέσα σε πεπερασμένο ελαστικό μέσον [B147], για τον προσδιορισμό ευθύγραμμων διαστημάτων ασυνεχίας τμηματικά αναλυτικών συναρτήσεων [B151], για τον προσδιορισμό της θέσεως συνοριακών καμπύλων και τόξων ασυνεχίας (γνωστού σχήματος) αναλυτικών συναρτήσεων [B162], για την πρακτική επίλυση προβλημάτων της Θραυστομηχανικής σε συνδυασμό με τη μέθοδο των καυστικών ή/και των ψευδοκαυστικών [B156], σε μια υβριδική μέθοδο για την επίλυση προβλημάτων ρωγμών [B169], για τον προσδιορισμό της θέσεως εγκλεισμάτων σε πεπερασμένα επίπεδα ελαστικά μέσα [B173] και για τον προσδιορισμό της θέσεως ελλειπτικών οπών και εγκλεισμάτων στην επίπεδη Ελαστικότητα σε συνδυασμό με τη μέθοδο της σύμμορφης απεικονίσεως [B176], για τον υπολογισμό του συντελεστή του ομογενούς προβλήματος Riemann-Hilbert [B177] και για τον προσδιορισμό της θέσεως διαστημάτων ασυνεχίας τμηματικά αναλυτικών συναρτήσεων με εφαρμογή σε πρόβλημα διεπιφανειακής ρωγμής [B181], για τον προσδιορισμό της θέσεως σημείων διακλαδώσεως τμηματικά αναλυτικών συναρτήσεων [B188], για τον προσδιορισμό της θέσεως ρωγμής αυθαίρετου αλλά γνωστού σχήματος [B202] και σε προβλήματα κάμψεως πλακών [B190].

Προτάθηκαν επίσης και πραγματικά ολοκληρώματα ανεξάρτητα της καμπύλης ολοκληρώσεως στην επίπεδη Ελαστικότητα για τον προσδιορισμό συντελεστών εντάσεως τάσεων [B175] στα άκρα ευθύγραμμων ρωγμών και ανεξάρτητα της επιφάνειας ολοκληρώσεως στην τριδιάστατη Ελαστικότητα με εφαρμογή τους στον προσδιορισμό της θέσεως επίπεδων ρωγμών [B149]. Προτάθηκε ακόμη μια άλλη κατηγορία σχετικών πραγματικών ολοκληρωμάτων για προβλήματα και της διδιάστατης και της τριδιάστατης Ελαστικότητας [B199]. Προτάθηκε επιπλέον μία ακόμη μέθοδος για την κατασκευή μιγαδικών ολοκληρωμάτων ανεξάρτητων της καμπύλης ολοκληρώσεως γύρω από άκρα ευθύγραμμων ή κυκλικών ρωγμών με εφαρμογή τους και σε ανισότροπα ελαστικά μέσα [C3]. Τέλος προτάθηκε η χρήση του θεωρήματος της αμοιβαιότητας του Betti για τον καθορισμό της θέσεως ρωγμών στην τριδιάστατη Ελαστικότητα [B166]. Σχετική με το ίδιο θεώρημα είναι και η εργασία [B174] για τον προσδιορισμό συναρτήσεων βάρους και τον υπολογισμό συντελεστών εντάσεως τάσεων σε προβλήματα ρωγμών στην επίπεδη Ελαστικότητα.

5. ΠΡΟΣΔΙΟΡΙΣΜΟΣ ΡΙΖΩΝ ΚΑΙ ΠΟΛΩΝ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ

Ο προσδιορισμός των ριζών και των πόλων συναρτήσεων αποτελεί πάρα πολύ γνωστό πεδίο έρευνας και εφαρμογών. Σε ορισμένες απλές περιπτώσεις οι ρίζες συναρτήσεων μπορούν να προσδιορισθούν αναλυτικά, όπως συμβαίνει σε πολυώνυμα μέχρι και τετάρτου βαθμού. Σε πιο δύσκολες περιπτώσεις, όπως σε υπερβατικές συναρτήσεις, για τον προσδιορισμό των ριζών τους χρησιμοποιούνται αριθμητικές μέθοδοι, όπως είναι π.χ. η πολύ γνωστή μέθοδος των Newton–Raphson.

Στο παρόν μέρος του ερευνητικού έργου του Νικολάου Ιωακειμίδη χρησιμοποιήθηκαν εντελώς διαφορετικές μέθοδοι προσδιορισμού ριζών συναρτήσεων που βασίζονται εν μέρει σε προηγούμενα αποτελέσματα άλλων ερευνητών και εκφράζουν τις ρίζες συναρτήσεων αναλυτικά με τη βοήθεια ορισμένων ολοκληρωμάτων. Βέβαια, παρόλο τον αναλυτικό χαρακτήρα αυτών των μεθόδων, για την εύρεση αριθμητικών αποτελεσμάτων για τις ρίζες που προσδιορίστηκαν, απαιτείται ο αριθμητικός υπολογισμός (συνήθως με τη μέθοδο Gauss) των ορισμένων ολοκληρωμάτων που παρουσιάζονται σ' αυτές τις ρίζες. Ωστόσο, επαναλαμβάνεται, οι τύποι γι' αυτές τις ρίζες είναι ακριβείς, όχι προσεγγιστικοί, έστω κι αν περιέχουν ορισμένα ολοκληρώματα. Η σχετική βασική μέθοδος προτάθηκε από τους Burniston και Siewert.

Στο ερευνητικό έργο του Νικολάου Ιωακειμίδη περιλαμβάνεται η κλειστή επίλυση των εξισώσεων των καυστικών στη Θραυστομηχανική με βάση τη μέθοδο των Burniston και Siewert κατάλληλα τροποποιημένη για το σκοπό αυτό [B106], μια νέα μέθοδος για την εύρεση ακριβών αναλυτικών τύπων για τις ρίζες υπερβατικών συναρτήσεων με εφαρμογή της σε μια υπερβατική εξίσωση στο σιδηρομαγνητισμό [B109], μια γενίκευση της μεθόδου των Burniston και Siewert για τον προσδιορισμό ριζών αναλυτικών συναρτήσεων με εφαρμογή της σε μια υπερβατική εξίσωση στους πυρηνικούς αντιδραστήρες [B111], η εφαρμογή του θεωρήματος του Cauchy στον προσδιορισμό ριζών τμηματικά αναλυτικών συναρτήσεων με εφαρμογή της σε ένα πρόβλημα φυσικής [B114], η σχετική αναλυτική εύρεση του κρίσιμου φορτίου λυγισμού σε μια ράβδο [B116], η τροποποίηση της μεθόδου των Delves και Lyness για τον προσδιορισμό ριζών αναλυτικών συναρτήσεων [B122], μια νέα και απλή μέθοδος για τον προσδιορισμό ριζών αναλυτικών συναρτήσεων [B129], η εφαρμογή της γενικευμένης μεθόδου των Burniston και Siewert για τον προσδιορισμό ριζών και πόλων μερόμορφων (ή μερομορφικών) συναρτήσεων [B131], η γενίκευση της μεθόδου των Abd-Elall, Delves και Reid για τον προσδιορισμό πόλων μερόμορφων συναρτήσεων [B140] και η πρόταση μιας νέας μεθόδου για τον προσδιορισμό αναλυτικών τύπων (με τη χρήση ολοκληρωμάτων) για τις ρίζες τμηματικά αναλυτικών συναρτήσεων [B133]. Σχετική είναι και η εργασία [B141] για τον προσδιορισμό των ριζών αναλυτικών ή τμηματικά αναλυτικών συναρτήσεων. Αναπτύχθηκε επίσης μια γενική μέθοδος που βασίζεται στο πρόβλημα συννοριακών τιμών Riemann–Hilbert για τον αναλυτικό προσδιορισμό ριζών τμηματικά αναλυτικών συναρτήσεων [B152]. Επίσης αναπτύχθηκε μια μέθοδος για τον προσδιορισμό ουσιωδών ανώμαλων σημείων για μια κατηγορία μιγαδικών συναρτήσεων που βασίζεται στον αριθμητικό υπολογισμό κατάλληλων μιγαδικών ολοκληρωμάτων [B153]. Τέλος η μέθοδος των Burniston και Siewert γενικεύθηκε για τον προσδιορισμό ριζών και πόλων γενικευμένων αναλυτικών συναρτήσεων [B164].

Οι πιο πάνω μέθοδοι και εφαρμογές βασίζονται στις μιγαδικές συναρτήσεις. Εντούτοις στο ερευνητικό έργο του Νικολάου Ιωακειμίδη περιλαμβάνονται και εργασίες που βασίζονται στις πραγματικές συναρτήσεις. Μια τέτοια δυνατότητα προσφέρει η ταυτόχρονη χρήση της αριθμητικής ολοκλήρωσης Gauss– και Lobatto–Chebyshev για τον προσεγγιστικό υπολογισμό πραγματικών ριζών αναλυτικών συναρτήσεων σε πεπερασμένα διαστήματα [B121]. Μια άλλη μέθοδος για την εύρεση ριζών πραγματικών συναρτήσεων προτάθηκε επίσης με βάση τη μέθοδο των Kronecker–Picard για τον υπολογισμό του αριθμού των ριζών συναρτήσεων σε ένα διάστημα και εφαρμόστηκε στην αναλυτική επίλυση της πάρα πολύ γνωστής υπερβατικής εξίσωσης του Kepler στο πρόβλημα των δύο σωμάτων για ελλειπτικές τροχιές [B123]. Σχετική είναι και η εργασία [B160]. Η μέθοδος αυτή εφαρμόστηκε παραπέρα στην επίλυση της πεμπτοβάθμιας εξίσωσης του Lagrange στο πρόβλημα των τριών σωμάτων [B124]. Επίσης προτάθηκαν δύο στοιχειώδεις αναλυτικοί τύποι (με τη χρήση πραγματικών ολοκληρωμάτων) για τις ρίζες μη γραμμικών εξισώσεων [B136] και η χρήση κανόνων αριθμητικής ολοκλήρωσης Gauss για τον ίδιο σκοπό [B137,

B142]. Επίσης προσδιορίστηκε ένας πραγματικός αναλυτικός ολοκληρωτικός τύπος για τον προσδιορισμό μιας απλής ρίζας ενός συστήματος δύο μη γραμμικών εξισώσεων [B146] σαν γενίκευση των αντίστοιχων αποτελεσμάτων για μία μη γραμμική εξίσωση. Επίσης χρησιμοποιήθηκαν κανόνες αριθμητικής ολοκλήρωσης για τον προσδιορισμό επίπεδων ισοδυναμικών γραμμών και άλλων καμπύλων που ορίζονται από αρμονικές συναρτήσεις [B159].

Τέλος προτάθηκε μια τροποποίηση της κλασικής μεθόδου της αριθμητικής ολοκλήρωσης για τον προσδιορισμό ριζών αναλυτικών συναρτήσεων που βασίζεται στη χρήση του θεωρήματος του Cauchy αντί για τον τύπο του Cauchy στη Μιγαδική Ανάλυση και που επιτρέπει μεγαλύτερη ακρίβεια στα αριθμητικά αποτελέσματα με το ίδιο υπολογιστικό κόστος [B132].

Στην εργασία [C4] έγινε μια ανασκόπηση των μεθόδων που χρησιμοποιούν την αριθμητική ολοκλήρωση για τον προσδιορισμό ριζών υπερβατικών συναρτήσεων τόσο εκείνων που βασίζονται στις μιγαδικές μεταβλητές όσο και εκείνων που βασίζονται στις πραγματικές μεταβλητές, αλλά και εκείνων που βασίζονται κατευθείαν σε τύπους αριθμητικής ολοκλήρωσης.

6. ΘΕΩΡΙΑ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΩΣ

Η μοναδική συμβολή του Νικολάου Ιωακειμίδη στη Θεωρία Προσεγγίσεως αφορά σε μια απλή απόδειξη [B104] και στη βελτίωση [B94] του γνωστού θεωρήματος του Kalandiya για το σφάλμα $r_n(x) = f(x) - p_n(x)$ της προσεγγίσεως μιας συναρτήσεως $f(x)$ συνεχούς κατά Hölder με πολυώνυμο $p_n(x)$ βαθμού n . Η βελτίωση αυτή συνίσταται στη μείωση ενός σχετικού εκθέτη του βαθμού n πολυωνύμου $p_n(x)$ από $-a + 2\beta$ σε $-a + \beta$ σε ένα άνω φράγμα για ένα σφάλμα σχετικό με αυτήν την κλασική προσέγγιση που υπάρχει στο σχετικό θεώρημα του Kalandiya.

7. ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ ΠΡΟΓΡΑΜΜΑΤΩΝ ΚΑΙ ΜΕΘΟΔΩΝ ΣΥΜΒΟΛΙΚΩΝ ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΩΝ ΣΤΗΝ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗ ΜΗΧΑΝΙΚΗ

Από το 1990 το ενδιαφέρον του Νικολάου Ιωακειμίδη στράφηκε στην εφαρμογή προγραμμάτων και μεθόδων συμβολικών υπολογισμών στην Εφαρμοσμένη Μηχανική. Τα προγράμματα συμβολικών υπολογισμών (συστήματα υπολογιστικής άλγεβρας) που χρησιμοποίησε στο ερευνητικό έργο του είναι το πρόγραμμα *Derive* (εργασίες [B178, B179, B180, B183, B187]) το πρόγραμμα *Reduce* (εργασίες [B184, B185, B233, B234, B237]), το πρόγραμμα *Maple* (εργασίες [B196, B203, B204, B205, B206, B207, B208, B209, B214, B215, B219, B220, B221, B222, B224, B225, B226, B231, B236]) και το πρόγραμμα *Mathematica* (εργασίες [B189, B191, B192, B194, B195, B197, B198, B201, B211, B238, B239, C6, C7, C9, C10]).

Πιο συγκεκριμένα με τη χρήση προγραμμάτων συμβολικών υπολογισμών επιλύθηκαν από το Νικόλαο Ιωακειμίδη:

- Ποικίλα προβλήματα της Εφαρμοσμένης Μηχανικής που περιλαμβάνουν συμβολικούς υπολογισμούς, όπως είναι ο υπολογισμός συντελεστών εντάσεως τάσεων σε προβλήματα ρωγμών με παραμετρική φόρτιση [B171], η συμβολική εύρεση των εξισώσεων των καυστικών γύρω από ένα άκρο ρωγμής [B172], ο υπολογισμός των πεδίων των τάσεων γύρω από ένα άκρο ρωγμής [B178], ο προσδιορισμός των τάσεων των ιδιομορφιών σε προβλήματα σφηνών [B179], προσεγγίσεις Chebyshev των συντελεστών εντάσεως τάσεων [B180], ο υπολογισμός των συναρτήσεων συμμόρφων απεικονίσεων σε προβλήματα της επίπεδης Ελαστικότητας [B183], η εύρεση των εξισώσεων των καυστικών σε δυναμικά προβλήματα της επίπεδης Ελαστικότητας [B184], η εύρεση των ιδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων τύπου Cauchy σε προβλήματα αλληλεπίδρασης ευθύγραμμων ρωγμών [B185] και σε προβλήματα καμπύλων ρωγμών [B195], η επίλυση ιδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων σε παραμετρικά προβλήματα ρωγμών με τη μέθοδο των διαδοχικών προσεγγίσεων [B187, B194, B196], που είναι μια ημιαναλυτική/αριθμητική μέθοδος, προσεγγίσεις minimax συντελεστών εντάσεως τάσεων [B189], η επαναληπτική επίλυση παραμετρικών συστημάτων γραμμικών αλγεβρικών εξισώσεων σε μορφή δυναμοσειράς με διαδοχικές προσεγγίσεις [B191], η επίλυση προβλημάτων στρέψεως [B192] και επίπεδης Ελαστικότητας [C7] με την ενεργειακή μέθοδο του Ritz

ή καλύτερα των Rayleigh–Ritz, η επίλυση προβλημάτων της επίπεδης Ελαστικότητας με τη χρήση της συναρτησιακής εξισώσεως του Muskhelishvili [C6, B211], η επίλυση παραμετρικών προβλημάτων με τη μέθοδο των πεπερασμένων στοιχείων [B197, B198], η κατασκευή βάσεων δεδομένων και ειδικών συναρτήσεων για μηχανικά μεγέθη στη Θραυστομηχανική [B201], η εκτίμηση του σφάλματος στην κλασική αριθμητική ολοκλήρωση μέσω σχετικού πόλου στο άπειρο [B204] και η κατασκευή κανόνων αριθμητικής ολοκληρώσεως για ιδιόμορφα και υπεριδιόμορφα ολοκληρώματα [C5].

Σχετική είναι και μια σύντομη εργασία ανασκοπήσεως [B186] για τη Συμβολική Υπολογιστική Μηχανική μέσω προγραμμάτων συμβολικών υπολογισμών.

- Προβλήματα σχετικά με την επαλήθευση τύπων [C9] και τη χρήση της φυσικής γλώσσας στην Εφαρμοσμένη Μηχανική [C10].
- Πολλά προβλήματα που σχετίζονται με συστήματα πολυωνυμικών εξισώσεων με πολλές μεταβλητές, όπου χρησιμοποιήθηκε η μέθοδος των βάσεων Gröbner του Καθηγητή Buchberger για την απαλοιφή μεταβλητών σε τέτοια πολυωνυμικά συστήματα. Η μέθοδος των βάσεων Gröbner χρησιμοποιήθηκε σε ένα πρόβλημα δικτύωματος καθώς και σε δύο προβλήματα Ελαστικότητας [B203], σε προβλήματα κινήσεως υλικού σημείου [B205], στην εύρεση της εξισώσεως της καυστικής στο άκρο ρωγμής σε Καρτεσιανές συντεταγμένες [B206, B224], στον υπολογισμό συντελεστών εντάσεως τάσεων στα άκρα ρωγμών υπό παραμετρική φόρτιση [B207], σε προβλήματα δικτυωμάτων [B208], σε αντίστροφα προβλήματα (προβλήματα σχεδιασμού) σε στρέψη ράβδου [B209, C12], σε προβλήματα προσεγγιστικού προσδιορισμού κρίσιμων φορτίων λυγισμού σε στύλους [B214], σε προβλήματα προσδιορισμού ευθύγραμμων ρωγμών [B215], σε προβλήματα απαλοιφής παραμέτρων φορτίσεως σε αριθμητικές μεθόδους με τη χρήση διαφορικών εξισώσεων [B222] και σε αντίστροφα προβλήματα Ελαστικότητας μέσω εξισώσεων πεπερασμένων διαφορών για τη διερεύνηση υπάρξεως ιδιομορφίας [B231].
- Προβλήματα απαλοιφής ποσοδεικτών: του καθολικού ποσοδείκτη (universal quantifier, \forall) ή του υπαρξιακού ποσοδείκτη (existential quantifier, \exists), δηλαδή στην εύρεση συνθηκών που δεν περιλαμβάνουν ποσοδείκτες, είναι όμως ισοδύναμες με αρχικές προτάσεις που περιλαμβάνουν ποσοδείκτες. Αυτό είναι το πρόβλημα της απαλοιφής ποσοδεικτών με γνωστό παράδειγμα την εύρεση της συνθήκης, ώστε ένα δευτεροβάθμιο πολυώνυμο της μεταβλητής x να μην έχει καμία πραγματική ρίζα, δηλαδή για κάθε πραγματική τιμή του x το πολυώνυμο αυτό να είναι διάφορο του μηδενός: η σχετική συνθήκη είναι φυσικά η διακρίνουσα αυτού του δευτεροβάθμιου πολυωνύμου να είναι αρνητική. Έτσι έγινε εδώ απαλοιφή του καθολικού ποσοδείκτη και φυσικά η συνθήκη με τη διακρίνουσα είναι πιο απλή και πιο εύκολη στη χρήση της από τον αληθινό έλεγχο του δευτεροβάθμιου πολυωνύμου ότι δε μηδενίζεται για κάθε πραγματική τιμή της μεταβλητής του x . Τέτοια προβλήματα απαλοιφής ποσοδεικτών στην Εφαρμοσμένη Μηχανική αντιμετωπίστηκαν σε αρκετές εργασίες του Νικολάου Ιωακειμίδη και βρέθηκαν οι σχετικές συνθήκες, οι τύποι που είναι απαλλαγμένοι από ποσοδείκτες, αλλ' είναι ισοδύναμοι με τους αρχικούς τύπους που περιέχουν ποσοδείκτες. Τα προβλήματα αυτά απαλοιφής των ποσοδεικτών και κατασκευής συνθηκών χωρίς ποσοδείκτες που επιλύθηκαν από το Νικόλαο Ιωακειμίδη φυσικά κυρίως (όχι όμως πάντα) με τη χρήση του υπολογιστή αφορούν σε προβλήματα της Υπολογιστικής Μηχανικής για τάσεις σε ένα ελαστικό μέσον [B213], για τη μη ύπαρξη επιφάνειας επαφής σε ελαστικά προβλήματα κατά μήκος ενός συνοριακού στοιχείου [B212, B223, B234, C13], σε προβλήματα μη επαφής πεπερασμένου στοιχείου δοκού και ελαστικού εμποδίου [B217, B218], επίσης σε προβλήματα δοκού σε ελαστική βάση για τη διατήρηση της επαφής μεταξύ της δοκού και της ελαστικής βάσεως [B221, B226, B238], σε προβλήματα μη επαφής των δύο πλευρών ευθύγραμμης ρωγμής [B227] και κυκλικής ρωγμής [B225] υπό πολυωνυμική φόρτιση, σε παραμετρικά προβλήματα ρωγμών με περιορισμούς για τους συντελεστές εντάσεως τάσεων [B219], σε προβλήματα ελαστικότητας με τη χρήση του θεωρήματος του Sturm [B220], σε διάφορα προβλήματα της Εφαρμοσμένης Μηχανικής με τη μέθοδο CAD (cylindrical algebraic decomposition) του Collins [B228],

στις κλασικές αριθμητικές μεθόδους της Εφαρμοσμένης Μηχανικής υπό γραμμικούς ανισοτικούς περιορισμούς [B230], στον προσδιορισμό των συνθηκών ενάρξεως διαδόσεως ρωγμής σύμφωνα με το T -κριτήριο [B232], σε σχετικά προβλήματα προσδιορισμού συνθηκών εφικτότητας σε διάφορα προβλήματα του μηχανικού υπό παραμετρικούς ανισοτικούς περιορισμούς με την κλασική μέθοδο της απαλοιφής Fourier [B236] και σε προβλήματα δοκών με τη χρήση πεπερασμένων διαφορών και πεπερασμένων στοιχείων [B237].

8. ΑΥΤΟΜΑΤΟΠΟΙΗΜΕΝΟΙ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΙ

Σημειώνεται τέλος ότι ο Νικόλαος Ιωακειμίδης εφάρμοσε το πρόγραμμα αυτοματοποιημένων συλλογισμών (automated reasoning system) OTTER σε ορισμένα απλά προβλήματα της Εφαρμοσμένης Μηχανικής και συγκεκριμένα στη Θραυστομηχανική και στις δοκούς [C8].

9. ΑΛΛΕΣ ΠΕΡΙΟΧΕΣ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΟΥ ΕΡΓΟΥ

Μερικές ερευνητικές εργασίες του Νικολάου Ιωακειμίδη βρίσκονται έξω από τις παραπάνω βασικές περιοχές του ερευνητικού έργου του.

Συγκεκριμένα στην εργασία [A1] μελετήθηκαν ποικίλα προβλήματα σφηνών και ρωγμών στην επίπεδη Ελαστικότητα.

Στην εργασία [B18] προτάθηκε ένας βελτιωμένος προσεγγιστικός τύπος για τους συντελεστές εντάσεως τάσεων σε εγκοπή σχήματος V σε ελαστική λωρίδα.

Στην εργασία [B182] προτάθηκε ο αριθμητικός υπολογισμός (με αριθμητική ολοκλήρωση σνήθως με τη χρήση του κανόνα του τραπεζίου) αναλυτικών συναρτήσεων και παραγώγων τους με τη χρήση του θεωρήματος του Cauchy αντί με τη χρήση του ολοκληρωτικού τύπου του Cauchy στη Μιγαδική Ανάλυση με βάση μια απλή κλειστή καμπύλη C . Αυτό επιτρέπει τη δραματική αύξηση της ακρίβειας, όταν το σημείο υπολογισμού της αναλυτικής συναρτήσεως βρίσκεται πολύ κοντά στην καμπύλη C . Γενίκευση αυτής της εργασίας αποτελεί η εργασία [B235], όπου υπολογίζονται εξίσου αποτελεσματικά οι τάσεις σε ένα επίπεδο ελαστικό μέσον σε σημεία πολύ κοντά στο σύνορό του με τη χρήση μιγαδικών συνοριακών ολοκληρωτικών εξισώσεων.

Στην εργασία [B193] προτείνεται ο προσδιορισμός τάσεων ιδιομορφίας τμηματικά αναλυτικών συναρτήσεων με τη χρήση ολοκληρωμάτων στο μιγαδικό επίπεδο και υπολογισμού τους με αριθμητική ολοκλήρωση.

Τέλος στην εργασία [B229] προτείνεται η αντικατάσταση των συμβολικών υπολογισμών που χρησιμοποιούνται στην Υπολογιστική Άλγεβρα με αριθμητικούς υπολογισμούς για την εύρεση πολυωνυμικών εξισώσεων στην Εφαρμοσμένη Μηχανική. Εφαρμογές αυτής της αριθμητικής μεθόδου γίνονται σε μια εξίσωση συμβιβαστού των τάσεων σε ένα πρόβλημα επίπεδης Ελαστικότητας, σε ένα αντίστοιχο πρόβλημα άκρου ρωγμής και στην εξίσωση της καυστικής πάλι σε άκρο ρωγμής.

10. ΣΥΝΟΨΗ

Ο Νικόλαος Ιωακειμίδης ξεκίνησε το ερευνητικό έργο του με τη μέθοδο των καυστικών για τον προσδιορισμό συντελεστών εντάσεως τάσεων και προχώρησε σε ένα αρκετά ευρύ φάσμα επιστημονικής έρευνας σε εργασίες είτε με τον ίδιο σαν μόνο συγγραφέα είτε με τη συνεργασία και άλλων συσσυγγραφέων του. Το επιστημονικό έργο του έχει στο μεγαλύτερο μέρος του σαν αφετηρία την προσπάθεια επίλυσεως προβλημάτων της Εφαρμοσμένης Μηχανικής και κυρίως της Ελαστικότητας με εργαλεία από τα Εφαρμοσμένα Μαθηματικά, όπως είναι η αριθμητική ολοκλήρωση και η αριθμητική επίλυση ιδιομόρφων και υπεριδιομόρφων ολοκληρωτικών εξισώσεων. Ωστόσο σε πολλές περιπτώσεις τα διαθέσιμα μαθηματικά εργαλεία δεν ήσαν επαρκή και εκεί υπήρξε και πραγματική μαθηματική συμβολή του Νικολάου Ιωακειμίδη. Το ερευνητικό έργο του δημοσιεύθηκε στην Αγγλική γλώσσα σε ποικίλα επιστημονικά περιοδικά είτε της Εφαρμοσμένης και Υπολογιστικής Μηχανικής είτε των Εφαρμοσμένων και Υπολογιστικών Μαθηματικών. Το έργο αυτό έτυχε ήδη μέτριας εκτίμησης, αναγνώρισης και χρησιμοποιήσεως από άλλους ερευνητές.

Από το 1990 και μετά ο Νικόλαος Ιωακειμίδης έστρεψε το κύριο μέρος της ερευνητικής προσοχής του στην εφαρμογή των προγραμμάτων Υπολογιστικής Άλγεβρας για την επίλυση προβλημάτων της Εφαρμοσμένης Μηχανικής χρησιμοποιώντας όχι μόνο κλασικές εντολές αυτών των προγραμμάτων, αλλά και εξειδικευμένα σχετικά εργαλεία, όπως είναι οι βάσεις Gröbner και οι μέθοδοι απαλοιφής ποσοδεικτών, που ουσιαστικά δε χρησιμοποιούνταν στην Εφαρμοσμένη Μηχανική.

Στο τελευταίο αυτό εργαλείο, στην απαλοιφή ποσοδεικτών για τη μετατροπή σχετικών τύπων (με ποσοδείκτες) σε ισοδύναμους τύπους (συνθήκες) απαλλαγμένους από ποσοδείκτες ο Νικόλαος Ιωακειμίδης διατηρεί και τώρα το ενδιαφέρον του. Στόχο του αποτελεί η εφαρμογή αυτής της δυνατότητας κυρίως με τη χρήση του προγράμματος *Mathematica* και σε διάφορα άλλα προβλήματα της Εφαρμοσμένης Μηχανικής όπως είναι η εύρεση άνω φράγματος για το βέλος κάμψεως συγκεκριμένης πλάκας, η εύρεση συνθηκών για τη διάδοση ρωγμών με βάση σχετικά κριτήρια, ο προσδιορισμός κρίσιμων φορτίων λυγισμού σε ράβδους, η άμεση εφαρμογή (χωρίς παραγωγίσεις) της μεθόδου των Rayleigh–Ritz σε παραμετρικά προβλήματα ράβδων και δοκών, η εύρεση συνθηκών σε παραμετρικά προβλήματα βελτιστοποίησης κατασκευών, η εύρεση συνθηκών που να εξασφαλίζουν ότι οι ιδιοσυχνότητες μιας κατασκευής σε ταλαντώσεις υπερβαίνουν ένα κάτω φράγμα, ώστε να αποφεύγεται το φαινόμενο του συντονισμού της με άλλη γειτονική κατασκευή (ή άλλες γειτονικές κατασκευές) επίσης σε ταλαντώσεις, κλπ.